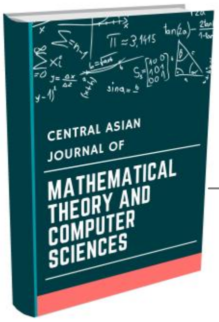

CENTRAL ASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES

http://centralasianstudies.org/index.php/CAJMTCS

02 Issue: 04 | April 2021 **ISSN: 2660-5309**

Об Одной Нелокальной Краевой Задаче Для Уравнения Смешанного Типа

Мўминов Фарход Маликович,
Доцент Алмалыкский филиал Ташкентского государственного технического университета Алмалык. Узбекистан.
Мўминов Сарвар Фарходович,
учителя математики школы
№ 15 Ахангаранского *района*

ABSTRACT

В работе [1] А.В. Бицадзе, А.А. Самарского была поставлена и исследована новая нелокальная задача для Эллиптических уравнений, которая в настоящее время называется задачей Бицадзе–Самарского. В дальнейшем такие нелокальные задачи для различных классов уравнение нашли приложения в линейных обратных или задачах управления и в целом ряде других задач из механики и физики [2],[3]. В этом статье предлагается постановка нелокальной задачи для смешанного уравнения и доказывается, что при определенных условиях на коэффициенты уравнения поставленные задачи разрешимы в пространстве Соболева

ARTICLE INFO

Article history:
Received 8 March 2021
Revised form 25 March 2021
Accepted 20 April 2021

Keywords: Mathematics, Laplace function, computer technologies

***

INTRODUCTION.

Постановка задача.

Рассмотрим уравнение.

$$Lu = yU_{yy} + U_{xx} + \alpha(x;y)Uy = f(x,y) \qquad (1)$$

Это уравнение Эллиптического типа при $y>0$ и гиперболического типа при $y<0$. Характеристики уравнения (1) ветви семейства парабол $x-2\sqrt{-y}$ = consα имеют свою огибающую ось $y=0$ – параболическую линию вырождения уравнения (1). Таким образом, линия параболического вырождения уравнения (1) является одновременно его характеристикой [4-9]. Обозначены через Д ограниченную область, ограниченную прямоугольником ABA_1B_1 с вершинами $A\,(0,0)$; $B(1,0)$; $B_1(1,1)$; $A_1(0,1)$ лежащей в полуплоскости и характеристиками $AC: x-2\sqrt{-y}=0$ и $BC: x+2\sqrt{-y}=1$ уравнения (1).

Задача. Найти решения уравнения. $Lu = yU_{yy} + U_{xx} + \alpha(x,y)Uy = f(x,y)$ в области D, удовлетворяющее условиям

$$U(0,y) = U(1,y) = 0 \qquad (2)$$

$$U(x;1) = \beta(x)U(x;y)/_{ACUBC} \qquad (3)$$

$n=(n_1,n_2)$-единичный вектор внутренней нормали к ∂D . Всюду ниже предполагается, что $\alpha(x,y)\in c^2(D)$

$$\beta(x)=\begin{cases}\exp\left[-\frac{\alpha}{2}(\frac{x^2}{4}+1)\right], 0\le x\le\frac{1}{2}\\ \exp\left[-\frac{\alpha}{2}(\frac{(1-x)^2}{4})\right], \frac{1}{2}<x\le 1\end{cases}$$

где $\alpha>0$

Обозначим C_L класс функций из C^2 (D), удовлетворяющие краевым условиям (2)-(3). Через $W_2^1(D)$ будем обозначить пространства Соболева, полученные замыканием класса функций C_L по норме [10-14]

$$\|U\|_1^2=\int_D(U_x^2+U_y^2+U^2)\alpha D$$

По простройством функций $W_2^1(D)$ и $L_2(D)$ построим негативное пространство $W_2^{-1}(D)$

$$\|U\|_1^2=\frac{\sup}{u\in W_2^1};(\frac{(f_1u)0}{\|U\|_1}) \qquad (4)$$

Лемма 1. Пусть существует константа $\lambda>0$ такая, что выполнены неравенства $2\alpha(x;y)-\lambda y-1\ge\delta>0$ в области D

Тогда справедлива следующая оценка:

$$\|f\|_0\ge m_1\|U\|_{W_2^1}^2$$

$$\left|(Lu_1e^{\lambda y}\,\mathrm{Uy})_0\right|\ge m_2\|U\|_{W_2^1}^2 \qquad (5)$$

Доказательство. Рассмотрим интеграл

$2(\mathrm{Lu}_1\mathrm{e}^{\lambda y}\mathrm{Uy})_0$, где $U\in C^2(D)$

Интегрируя это выражение по частям имеем

$$2(\mathrm{Lu}_1\mathrm{e}^{\lambda y}\mathrm{Uy})_0=\int e^{xy}\left[\lambda U_x^2+(2\alpha-\lambda\,\mathrm{y}-1)\,\mathrm{U}_y^2\right]dD-\int e^{\lambda y}\left[(\mathrm{U}_x^2-\mathrm{yU}_y^2)\right]n_1-e^{x}\int_0^1 U_x^2(\mathrm{x};1)\,\mathrm{dx}+\int_0^1 U_y^2(\mathrm{x};1)\,\mathrm{dD}$$

Используя условия (3) и условия теоремы, получим неравенство (4) . Отсюда следует единственность регулярного решения задачи (1)–(3).

Теорема. Пусть выполнены условия леммы.

Тогда для любой функции и $L_2(D)$ существует об общенное решении задачи (1)–(3) из простройства $W_2^1(\overline{D})$.

Доказательство.

Выберим последовательность собственных функции

$$\{V_n(\mathrm{x};\mathrm{y})\}\in \mathrm{W}_2^4(D)\cap \overset{0}{W}{}_2^2(D) \text{ задачи}$$

$$\Delta^2V_n(\mathrm{x};\mathrm{y})=\lambda_n^2V_n(\mathrm{x};\mathrm{y})$$

$$V_n(x;y)/_{\partial D}=0,\quad \frac{\partial V_n(x;y)}{\partial N}/_{\partial D}=0$$

Известно ,что система собственных функций $\{V_n\}$ полна в $W_2^4(D)\cap\overset{0}{W}{}_2^2(D)$ определим последовательность функций следующем образо

$$\mathrm{e}^{\lambda y}\varphi_{ny}(x;y)=U_n(x;y) \qquad (5)$$

$$\varphi_n(x;1)=\beta(x)U_n(x;y)/_\Gamma\ n=1,2,3\ldots \qquad (6)$$

Легко видеть, что существует единственное решение $\mathrm{U}_n\in C_L$ этой задачи, которое дается формулой

$$\varphi_n(x;y)=\int_\Gamma e^{-\lambda\tau}V_n(x;\tau)d\tau+\frac{1}{\beta-1}\int_\Gamma e^{-\lambda t}V_n(x;t)dt$$

Пусть φ_n $(\mathrm{x};\mathrm{y})$ решение задачи (5)-(6). Тогда получаем

$$(\varphi_{n_1}\,\mathrm{L}^*\mathrm{V}_n)_0=(L\varphi_{n_1}V_n)_0\ge m_2\|\varphi_n\|_1^2\ge m_0\|V_n\|_0^2$$

Откуда

$$\|L^*V_n\|_{W_2^1(D)}\ge C\|U_n\|_{W_2^1}\|V_n\|_0$$

$$\|L^*V_n\|_{W_2^{-1}}\ge C_1\|V_n\|_0$$

Где m_0,m_1,C_1,C постоянное L^*- формально сопряженный оператор К L.

Решение задачи (1)-(3) будем искать в виде

$$U^N(x;y)=\sum_{n=1}^N C_nU_n(x;y)$$

Где постоянное C_n определяются из систем линейных алгебраических уравнений

$$(LU_1^N e^{\lambda y}\varphi_n) = (f_1 e^{\lambda y} U_n) \qquad (7)$$

Система (7) разрешима при любых $f \in L_2(\mathrm{D})$, ибо для нее имеет место теорема единственности . Действительно если бы к соотношению

$$(LU_,^N \mathrm{e}^{\lambda y} \mathrm{U}_y^N)_0 = 0$$

Из которого в силу (7). Следовало бы , что $U^N(x,y)=0$ т.е. все $C_n, n=1, N$ равны нулю .

Итак система (7) однозначно определяет $U^N(x,y)$. Умножим каждое из (7) на C_n и сложим по n от $n=N$. Это дает равенство

$$(LU_1^n e^{\lambda y} U_y^N)_0 = (f_1 e^{\lambda y} U_y^N)_0$$

Из которого в силу (4) следует неравенства

$$C\left\|U^N\right\|_{W_2^1}^2 \le \|f\|_0 \left\|U^N\right\|_{W_2^1}$$

Откуда $C\left\|U^N\right\|_{W_2^1}^2 \le \|f\|_0$

Таким образом множество функции $\{U^N\}$, $N=1,2,3,\ldots$. Ограничено в W_2^1 . Известно [4], Что множество слабо компактно в $W_2^1(D)$, т.е из него можно выделить подпоследовательность слабо сходящуюся в $W_2^1(D)$ к некоторой функции $n \in W_2^1(D)$. Тем самым теорема доказана.

Литературе.

1. Бицадзе А.В, Самарский А.А. О некоторых простейших обобщенных линейных эллиптических краевых задач. Докл.АН СССР–1969–Т. 185 N=(4). С739–740
2. Врагов В.Н.К теорем краевых задач для уравнений смешанного типа плохсти и в пространийве Автореф.дис… доктора физ–ма: 01.01.02 –Новосибирек , 1973–28с
3. Врагов В.Н смешанная задач для одного класса гипербола –параболического уравнений второго порядка (Дифференциал. уравнение.)–1976–Т.12 N(1), с–24–31.
4. [4]. Михайлов В.П об обобщенной задаче трикоми. Труды или АН СССР, 1968–Т:СШ.–142–171
5. [5]. Соболев С.А. Некоторые применения функции–онального анализе в математической физике – Новосибирек: наука ,1962.
6. Самадов, А., & Носиров, Н. (2021). СПОСОБ ИЗВЛЕЧЕНИЯ ЦЕННЫХ КОМПОНЕНТОВ (ЗОЛОТО, СЕРЕБРО) ИЗ ХВОСТОВ ЗИФ. *InterConf*.
7. Самадов, А., Носиров, Н., & Жалолов, Б. (2021). Изучение минералогический состав хвостов Чадакской зиф. *InterConf*.
8. Samadov, A., Nosirov, N., Qosimova, M., Muzafarova, N., & Almalyk, B. (2021). Processing of layout tails of gold-extracting factories. *Збірник наукових праць SCIENTIA*.
9. Носиров, Н. И. (2021). Рекомендуемая схема переработки хвостов чадакской золотоизвлекательных фабрик. *Scientific progress*, *1*(6).
10. Носиров, Н. И. (2021). Изучение Обогатимости Золотосодержащих Хвостов. *CENTRAL ASIAN JOURNAL OF THEORETICAL & APPLIED SCIENCES*, *2*(4), 11-16.
11. Носиров, Н. И. (2021). ИССЛЕДОВАНИЙ СПОСОБОВ ИЗВЛЕЧЕНИЯ ЗОЛОТА И СЕРЕБРА ИЗ ХВОСТОВ ЗОЛОТОИЗВЛЕКАТЕЛЬНЫХ ФАБРИК. *Scientific progress*, *1*(6).
12. Носиров, Н. И. (2021). АНАЛИЗ ВЫПОЛНЕНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ СПОСОБОВ ИЗВЛЕЧЕНИЯ ЗОЛОТА И СЕРЕБРА ИЗ ХВОСТОВ ЗОЛОТОИЗВЛЕКАТЕЛЬНЫХ ФАБРИК. *Scientific progress*, *1*(6).
13. Nosirov, N. (2021). TAKING SAMPLES OF STRAIGHT TAILS OF THE TAILS OF THE GOLD EXTRACTION FACTORY. *Збірник наукових праць SCIENTIA*.
14. Муминов, Ф. М., Миратоев, З. М., & Утабов, У. А. (2021). Об Одной Краевой Задаче Для Уровнениясоставного Типа

Третьего Порядка. *CENTRAL ASIAN JOURNAL OF THEORETICAL & APPLIED SCIENCES*, *2*(4), 17-22.