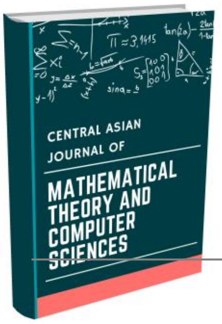


CENTRAL ASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES

https://cajmtcs.centralasianstudies.org

Volume: 04 Issue: 4 | Apr 2023 **ISSN: 2660-5309**

ФОРМИРОВАНИЕ У УЧАЩИХСЯ НАВЫКОВ РАБОТЫ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ И ДЕЙСТВИЯМИ НАД НИМИ

Пулатов Ойбек Улашевич

Узбекско-финская педагогика институт Четко науки отделение помощник

pulatov.sertifikat@gmail.com

Халилова Маржона Шерзод дочь

Узбекско-финский педагогический институт точных наук и

Факультет физического воспитания, кафедра математики и информатики

студентка 1 курса 106 группы

Аннотация

В статье рассматриваются понятия комплексных чисел, операции над комплексными числами, тригонометрические формы комплексных чисел, а также примеры комплексных чисел.

ARTICLEINFO

Article history:
Received 6 Feb 2023
Revised form 5 Mar 2023
Accepted 28 Apr 2023

Ключевые слова: *комплексное число, действительная и абстрактная части комплексного числа, тригонометрическая форма, формула Муавра.*

---***---

комплексного числа, тригонометрическая форма, формула Муавра.

На курсе алгебры мы научились выполнять операции над наборами действительных чисел, а также решать уравнения и неравенства. Но мы столкнулись с уравнениями, не имеющими решения во множестве действительных чисел, и знали, что необходимо расширить множество чисел $t^2+1=0$ Например, если бы нам дали уравнение вида имеет корень. Итак, существует множество чисел, большее, чем множество действительных чисел. Затем вводится новое «абстрактное» число i= $\sqrt{-1}$ Итак, приведенное выше уравнение имеет корень в множестве комплексных чисел.

корню из $t^2=-1$ и это число принято обозначать как i. То есть, i^2 так как = - 1. В общем случае множество действительных чисел является частью множества комплексных чисел.

Обычно алгебраической формой комплексного числа называют числа вида z=a+bi, где a — действительная часть комплексного числа и обозначается как Re(z), b — абстрактная часть, а обозначается Im(z).

Множество комплексных чисел обычно обозначают буквой C.

что z=a+bi — модуль комплексного числа $\sqrt{a^2+b^2}$называется числом и $|z|$обозначается ($|z| \geq 0$)

Этот $\bar{z} = a - bi$ комплексное число $z = a + bi$ комплексное число называется составным комплексным числом. Сложение и вычитание составных комплексных чисел происходит следующим образом:

z + $\bar{z}$= (a+bi)+(a-bi)= a+bi+a-bi =2a z $-\bar{z}$= (a+bi)-(a-bi)= a+bi-a+bi =2bi.

Сложный числа к суставу умножение и деление следующее будет :

z $\cdot\bar{z}$=(a+би) ·(а-би)= $a^2 - b^2 i^2$=$a^2 + b^2$ $\frac{z}{\bar{z}} = \frac{a+bi}{a-bi} = \frac{(a+bi)(a+bi)}{(a-bi)(a+bi)} = \frac{a^2+2abi-b^2}{a^2+b^2}$ Отсюда видно, что сложение и умножение комплексного числа дает действительное число.

Пример: z=1+4i, если мы умножим это число на его комбинацию, z $\cdot \bar{z} = (1+4i)\cdot(1-4i) = 1 + 4i - 4i - 16i^2$=1+16=17 z+ $\bar{z}$=1+4i +1-4i=2.

Операции над комплексными числами выполняются следующим образом

Определение: пара действительных чисел (a;b) чисел a и b называется комплексным числом.

(a, b) и (a_1, b_1)называются равными, если выполняется условие a=a_1 , b=b_1Сумма двух комплексных чисел (a+ $a_1, b + b_1$)называется числом. Это произведение чисел

(сказано $a_1 - bb_1, ab_1 + a_1 b$)число.$z_1 = a + bi, z_2 = a_1 + b_1 i$ в виде алгебраический в виде данный сложный числа добавить и вычитание следующее будет :

$z_1 \pm z_2 = (a \pm a_1) + (b \pm b_1)i.$

Например, (4+5i)+(2+8i)=6+13i, (5+6i)-(3+2i)=2+4i.

Умножение комплексных чисел выглядит следующим образом:

$z_1 \cdot z_2 = (a + bi)\cdot(a_1 + b_1) = aa_1 + i(ab_1 + a_1 b) + bb_1 i^2$

Дано здесь ,$i^2 = -1$

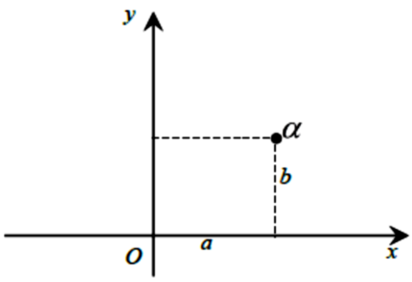
$(a + bi)\cdot(a_1 + b_1 i) = (aa_1 - bb_1) + i(ab_1 + a_1 b)$

Например, (2+i) ·(3+2i)=6+7i-2=4+7i.

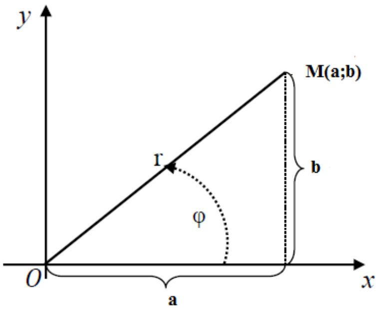
Тригонометрическая форма комплексного числа.

Плоскость, на которой расположены комплексные числа, называется комплексной плоскостью, действительные числа соответствуют точкам оси абсцисс комплексной плоскости, а чисто абстрактные числа соответствуют точкам оси ординат. Поэтому ось абсцисс комплексной плоскости называется действительной осью, а ось ординат — абстрактной осью.

Итак, положение комплексного числа z=a+bi в комплексной плоскости описывается в следующем виде:



Определим длину сечения, соединяющего точку z на плоскости с началом координат через r, углом, образованным этим сечением в направлении против часовой стрелки с осью OX φ .



φ здесь он называется аргументом комплексного числа и $\varphi = Argz$ определяется как таковой Аргумент для z=0 не определен.

Теперь выразим тригонометрическую форму комплексного числа z=a+bi. На основе теоремы Пифагора из прямоугольного треугольника на рисунке выше

г =$\sqrt{a^2 + b^2}$

следует равенство. Из определения косинуса, синуса и тангенса углаφ угол определяется:

cos φ= $\frac{a}{r}$, sin φ= $\frac{b}{r}$ или tg φ= $\frac{b}{a}$.

Здесь длина участка r называется модулем комплексного числа и $|z|$ определяется по т. е. r= $|z|$= $\sqrt{a^2 + b^2}$равно.Если φнайти a и b из cos φ= $\frac{a}{r}$, sin φ= , $\frac{b}{r}$ то следует, что a=rcosφ, b=rsinφ. Если представить эти уравнения в алгебраической форме φ комплексного числа, то окажется, что z=r(cosφ+isinφ). Это выражение называется тригонометрической формой комплексного числа. Пусть r(cos + $i$sin φ) — комплексное число Для Źлюбого целого числа n верны следующие уравнения: z^n= r^n(cosn φ+ isinφ).

Эта формула называется формулой возведения комплексного числа в n-ю степень или также называется формулой Муавра.

Доказательство: (доказательство формулы Муавра)

Если n=1, z^1= r^1(cos φ+ isin φ); так что это подходит для n = 1. Теперь мы снова продолжим эту проверку, n = 2:

z^2= r(cos φ+ isin φ) ·r(cos φ+ isin φ)= r^2($cos^2\varphi$+2isin φcos φ+

+ $i^2 sin^2\varphi$)= r^2($cos^2\varphi$- $sin^2\varphi$+2isin φcos φ)

Здесь i^2=-1; $cos^2\varphi$- $sin^2\varphi$= cos2 φ; 2sin, φпотому что φ= sin2φ

если мы воспользуемся тем, что: z^2= r^2(cos2 φ+ isin 2φ) следует. когда n=k:

z^kПредполагая, что = r^k(cosk φ+isink) разумно:φ

п=к+1; z^{k+1}если z^k ·мы запишем в виде z;

z^{k+1}= r^k(cosk φ+ isink φ) ·r (cos φ+ isin φ) = r^{k+1}(cosk φ ·cos φ+

+icosk φ ·sin φ+isink φ ·cos φ+ i^2sinc φsin φ) добавить$formulalaridan\ foydalansak$:

$z^{k+1} = r^{k+1}(cos(k+1)\varphi + isin(k+1)\varphi)$ следует, что

Пример 1: $(1 - i)^9$рассчитать

Преобразуем комплексное число из его алгебраической формы в тригонометрическую:

$(1 - i)^9$ a= 1 , b=-1.

p = $\sqrt{a^2}+b^2$= $\sqrt{1}+1=\sqrt{2}$. tg φ= $\frac{b}{a}$= $\frac{-1}{1}$=-1, поэтому φ=- $\frac{\pi}{4}$.

$(1-i)^9$= $\sqrt{2^9}$(cos9 ·(- $\frac{\pi}{4}$)+ isin 9 · $\left(-\frac{\pi}{4}\right)$)= $\sqrt{2^9}$(cos $\frac{9\pi}{4}$- isin $\frac{9\pi}{4}$)= $\sqrt{2^9}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$- $\sqrt{2^9}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$i=16-16i.

Любое комплексное число будет иметь n корней степени n. Потому что φесли мы добавим еще 2пк от угла, у него снова будет тот же корень. Итак, извлечение корня из комплексного числа происходит следующим образом:

$\sqrt[n]{z}$= $\sqrt[n]{r}$(cos ($\frac{\varphi+2\pi k}{n}$)+isin($\frac{\varphi+2\pi k}{n}$))

находится по формуле Здесь к= $\overline{0,n-1}$.

Пример 2: $\sqrt[3]{1+i}$ Расчет 1+i = $\sqrt{2}(cos\varphi+isin\varphi)$,

$\sqrt[3]{1+i}$= $\sqrt[6]{2}$(cos $\left(\frac{\frac{\pi}{4}+2\pi k}{3}\right)$+ isin $\left(\frac{\frac{\pi}{4}+2\pi k}{4}\right)$)

этот где k=0, 1, 2. Отсюда

z_1= $\sqrt[6]{2}$(cos $\frac{\pi}{12}$+ isin $\frac{\pi}{4}$)

z_2= $\sqrt[6]{2}$(cos $\frac{3\pi}{4}$+ isin $\frac{3\pi}{4}$)

z_3= $\sqrt[6]{2}$(cos $\frac{17\pi}{12}$+ isin $\frac{17\pi}{12}$)

три другой в корень иметь будет. φ:Для $\varphi+isin\varphi$- обозначим ∞<φ<∞ комплексное число cos $e^{i\varphi}$символом (где e - натуральный логарифм основа). $e^{i\varphi}$ функция из формулы Эйлера

$e^{i\varphi}=cos\varphi+isin\varphi\ ,-\infty<\varphi<\infty$

определяется . Сложный бедро $z=re^{i\varphi}$

в виде выражение ориентировочный форма это называется _ на земле

x^2-2x+17=0

Этот квадрат уравнение решать для первый дискриминант мы вычисляем :

Д== $\sqrt{4-68}$-64=64i^2

x_1= $\frac{2+8i}{2}$=1+4i, x_2= $\frac{2-8i}{2}$=1-4i

Таким образом, это уравнение имеет 2 различных комплексных корня.

Упражнения для укрепления:

1) Решить уравнение.

(3x-i)(1-i)+(2x+3i)(2-4i)=7+5i

Решение:

3x-3ix-i-1+4x-8ix+6i+12=7+5i

(7-11i)x=7+5i-11-5i

(7-11i)x=-4

x = $\frac{-4}{7-11i}=\frac{-4(7+11i)}{(7-11i)(7+11i)}=\frac{-(28+44i)}{49+121}=-\frac{28+44i}{170}=-\frac{14+22i}{85}$. **Ответ** :$x=-\frac{14+22i}{85}$

2)$\left(\sqrt{2}(cos\frac{\pi}{4}+isin\frac{\pi}{4})\right)^{15}$ **рассчитать**

Решение:

$$\left(\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})\right)^{15}=\sqrt{2^{15}}(\cos\frac{15\pi}{4}+i\sin\frac{15\pi}{4})$$

3) $z=\frac{2-3i}{5+i}$ **рассчитать**

Решение:

$$z=\frac{2-3i}{5+i}=\frac{(2-3i)(5-i)}{(5+i)(5-i)}=\frac{10-17i+3i^2}{25+1}=\frac{7-17i}{26}.$$

Использованная литература:

1. Д. С. Малик, Джон Н. Мордесон, М. К. Сен, Основы абстрактной алгебры , 1997. С. 636.
2. Мартин Р. Диксон, Леонид А. Курдаченко, Игорь Я. Субботин, " Алгебра и теория чисел " 2010 , стр. 523.
3. Ш.А.Аюпов, Б.А.Омиров, А.Х.Худойбердиев, Ф.Х.Хайдаров, Алгебра и теория чисел, Ташкент "Тафаккур бостони" 2019, 295 с. (руководство)
4. Назаров Р.Н., Тошполатов Б.Т., Дусумбетов А.Д. Алгебра и теория чисел Т., преподаватель. Часть I, 1993 г., Часть 2, 1995 г. (руководство)
5. Курош А. Г. ВЫСШИЙ КУРС АЛГЕБРЫ. ≪Издательство «Учитель» , Ташкент-1976≫
6. Саторов Ермамат Норкулович : Теория функций комплексного переменного, Учебное пособие. – Самарканд: СамДУ, 2021.
7. Pulatov O. U., Aktamov H. S., Muhammadiyeva M. A. Development of Creative Skills of Students in Solution of Some Problems of Vectoral, Mixed and Double Multiplications of Vectors //Eurasian Research Bulletin. – 2022. – Т. 14. – С. 224-228.
8. Ibragimov A. M., Pulatov O. U., Haydarov I. RELATIONS BETWEEN CENTERS OF CIRCLES INSIDE AND OUTSIDE A TRIANGLE. – 2023.